

MODELACIÓN EN AUTOCAD DE ENGRANAJES CILÍNDRICOS DE DIENTES HELICOIDALES.

Ing. Irma González Arias¹, Dr. C. Orestes González Quintero²

*1. Empresa de Perforación y Extracción de Petróleo del Centro,
Finca La Cachurra, Guásimas, Cárdenas, Matanzas, Cuba.*

*2. Universidad de Matanzas “Camilo Cienfuegos”, Vía Blanca
Km.3, Matanzas, Cuba.*

Resumen.

Las transmisiones por engranajes son el grupo de transmisiones mecánicas más difundido e importante desde los inicios de la Revolución Industrial hasta nuestros días. Este mecanismo es empleado en los más diversos campos y condiciones de trabajo. En este artículo se brinda una breve panorámica acerca de la geometría de ruedas cilíndricas con dientes helicoidales y bihelicoidales, se presentan las ecuaciones para el cálculo de estos engranajes, así como los necesarios para su representación en AutoCAD. El objetivo de este estudio es proponer una solución computarizada para el cálculo geométrico de las ruedas dentadas cilíndricas con dientes helicoidales cuando son conocidos el número de dientes del par dentado y la distancia interaxial, así como presentar una variante de modelación 3D de este tipo de engranaje en AutoCAD 2010, lo que servirá de antesala al análisis de los mismos empleando el Método de Elementos Finitos.

Palabras claves: *dientes helicoidales; AutoCAD; modelación 3D.*

Introducción.

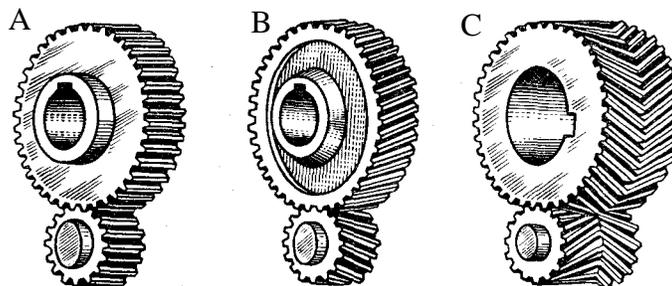
Las transmisiones dentadas forman parte de las transmisiones mecánicas más difundidas en la práctica. Ellas pueden, transmitir potencias y velocidades en un rango amplio, con una elevada fiabilidad.

Los engranajes son la combinación de ruedas dentadas y se utilizan para transmitir el movimiento giratorio uniforme de un árbol a otro así como transformar el movimiento de rotación en movimiento de avance y viceversa. En la actualidad la industria de construcción de maquinarias fabrica una gran cantidad de ruedas dentadas de diversos diseños y dimensiones.

Autores como Nikolaev (1982); Dobrovolski (1980); Myszka (1999) y González (2001) entre otros, utilizan diferentes criterios y coinciden en que los engranajes se clasifican según la disposición de los árboles, según la forma del perfil del diente, según el lugar donde se montan, de acuerdo al dentado y según la disposición de los dientes con respecto a la generatriz.

En general los engranajes se encuentran distribuidos en tres grandes grupos:

- ❖ Engranajes Cilíndricos (para ejes paralelos y que se cruzan), ver figura 1.
- ❖ Engranajes Cónicos (para ejes que se cortan y que se cruzan).
- ❖ Tornillo sin fin y corona (para ejes ortogonales).



- A.- de dientes rectos.
- B.- de dientes oblicuos.
- C.- de dientes bihelicoidales. (Chevron)

Figura.1 Transmisiones cilíndricas. (Rodríguez, 2011)

Metodología para el cálculo geométrico de ruedas cilíndricas helicoidales y bihelicoidales.

El cálculo de las transmisiones por engranajes determina las dimensiones mínimas de un par dentado para garantizar la capacidad de trabajo durante un tiempo de funcionamiento. Los mismos influyen en el cálculo de resistencia, además del tratamiento térmico y térmico-químico de los dientes bajo la influencia de la carga exterior pero la influencia decisiva en su capacidad de trabajo la ejercen las tensiones de contacto (σ_H) y las tensiones de flexión (σ_F). (Rodríguez, 2011)

El esfuerzo de un diente hacia el otro del par dentado se transmite mediante el engrane consecutivo de los dientes. La rueda menor del par que engrana lleva el nombre de piñón y se designa con el subíndice 1, la mayor es la rueda y se designa con el subíndice 2.

Dobrovolski (1980), plantea que los parámetros geométricos de las ruedas de dientes oblicuos y bihelicoidales (engranaje de Chevron) se determinan por las fórmulas para las ruedas de dientes rectos si se acepta que las magnitudes módulo (m), desplazamiento (ξ) están referidas a la sección frontal f , entonces es necesario tener en cuenta la relación con la sección normal n .

Para transmitir el movimiento entre árboles paralelos ambas ruedas dentadas deben de tener el mismo ángulo β de inclinación de los dientes en el cilindro primitivo, pero en direcciones de inclinación distintas a la derecha y a la izquierda (Baranov, 1979), el ángulo β se puede obtener despaando de la ecuación (1) relacionada con el módulo normal y debe de encontrarse entre los límites de 25° y 40° (Alfonso, 2004).

$$m_n = m_f \cos \beta \quad (1)$$

$$m_f = \frac{2a_w}{Z_1 + Z_2} \quad (2)$$

Donde Z es el número de dientes en el par engranado y a_w la distancia interaxial.

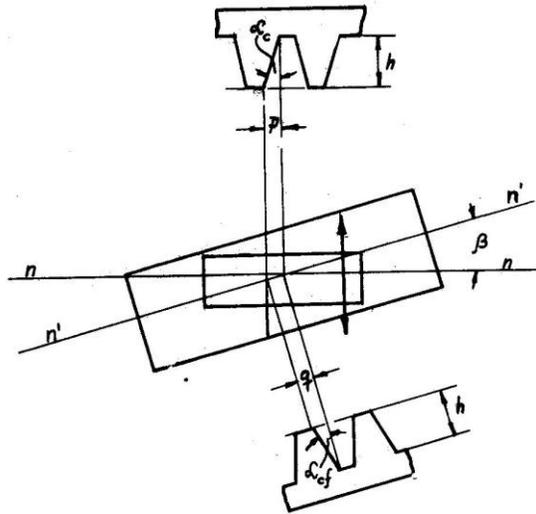
El paso normal (t_n) se produce en los dientes debido al desplazamiento de la cremallera con el ángulo (β) respecto al eje de la pieza y es igual al paso de la cremallera como se representa en la ecuación (3). El paso frontal (t_f) se forma por el borde de la rueda teniendo en cuenta dicho ángulo de inclinación de los dientes (β), ecuación (4).

$$t_n = t_c = m_n \pi \quad (3)$$

$$t_f = \frac{t_n}{\cos \beta} \quad (4)$$

Esta posición de los dientes, en cada plano en el principio y final provoca que el contacto de cada pareja de dientes, se produzca de forma desfasada. Esta forma gradual de producirse el engrane entre los dientes es la causa que origina que estas transmisiones sean más silenciosas que las de dientes rectos. (Mirabet y Martínez, 2008).

El ángulo α_o es el llamado ángulo de perfil que se recomienda sea 20° (Dobrovolski, 1980; Golubev, 1978), para el caso de los engranajes de Chevron el ángulo α_{cf} se obtiene de las proyecciones perpendiculares de las sección de la cremallera en el eje de la pieza y la dirección de su movimiento, como se observa en la figura. 2 y se expresa matemáticamente en la ecuación (5). Específicamente cuando estos engranajes son normales el ángulo de montaje α_{mo} es igual al ángulo de la cremallera (Golubev, 1978).



$$\operatorname{tg} \alpha_{cf} = \operatorname{tg} \alpha_{mo} = \frac{\operatorname{tg} \alpha_o}{\cos \beta} \quad (5)$$

Figura. 2 (Golubev, 1978)

En muchas ramas de la construcción de maquinaria especial, dígase construcción de automóviles, tractores, aviones y barcos se utilizan otros valores de ángulo de perfil (α_o) como 22.5° , 25° y 28° , esto aumenta la resistencia mecánica de la transmisión pero se debe disminuir la altura de la cabeza del diente $h' = (0.9 \div 0.8)$ (Dobrovolski, 1980).

Las dimensiones geométricas principales del par engranado dependen del número de dientes (Z) y del módulo (m), En el cálculo geométrico se determinan los radios de las ruedas, las dimensiones de cada uno de los elementos y se determinan por las fórmulas que se representan a continuación (ecuaciones 6 - 15). Es importante especificar que estos parámetros están descritos para la sección normal de la rueda.

$$r_p = \frac{m_f * Z}{2} \quad (6)$$

$$r_o = r_p * \cos \alpha_{cf} \quad (7)$$

$$h = h' + h'' = m_n + 1.25 m_n \quad (8)$$

$$r_i = r_p - h'' \quad (9)$$

$$r_e = r_p + h' \quad (10)$$

$$A_w = m_f \frac{Z_1 + Z_2}{2} \quad (11)$$

$$S_p = \frac{t_f}{2} = \frac{\pi * m_f}{2} \quad (12)$$

$$S_e = 2r_e \left[\frac{S_p}{2r_p} + \text{inv } \alpha_{cf} - \text{inv} \left(\cos^{-1} \frac{r_o}{r_e} \right) \right] \geq 0.3m_f \quad (13)$$

$$Z_{\min} = \frac{2f \cos \beta}{\text{sen}^2 \alpha_{cf}} \quad (14)$$

$$Z_{\text{red}} = \frac{Z}{\cos^3 \beta} \quad (15)$$

Donde:

r_p Radio primitivo o radio de la circunferencia de paso.

r_o Radio de la circunferencia básica.

h Altura del diente para un coeficiente de altura $f=1$.

r_i Radio de la circunferencia interior.

r_e Radio de la circunferencia exterior.

a_w Distancia interaxial.

S_p Grosor del diente por la circunferencia de paso.

S_e Grosor del diente por la circunferencia exterior.

Z_{\min} Número mínimo de dientes.

Z_{red} Número de dientes de la rueda reducida recta.

Creación de un sólido 3D (diente helicoidal) por solevación en AutoCAD.

Con el comando *LOFT* (solevar) se puede crear un nuevo sólido o superficie especificando una serie de secciones transversales. El perfil de la sección transversal define la forma del objeto sólido o superficie resultante. Las secciones transversales, generalmente son curvas o líneas, pueden ser abiertas para la creación de superficies o cerradas para la creación de sólidos. El comando *LOFT* dibuja un sólido o una superficie en el espacio entre las secciones transversales. Se debe especificar al menos dos secciones transversales para usar este comando.

Una vez calculados los parámetros que definen el perfil del diente de la rueda dentada, se pasa a su representación en Autocad, bastando para su trazado 2D, los radios calculados y el ángulo β que forma cada punto notable con la vertical, figura 3. Durante el trazado del diente debe prestarse atención a que la altura del diente está comprendida entre las circunferencias que pasan por la cabeza y por el pie del diente. La parte baja del pie del diente tiene un radio de redondeo (ρ) con la circunferencia interior (González, 2006).

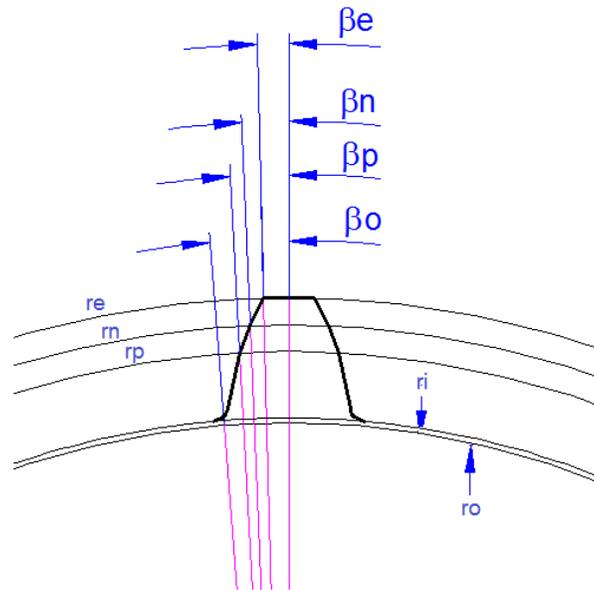


Figura. 3 Modelación del perfil del diente

Trazado el perfil del diente en un contorno cerrado, usando el comando *PEDIT* se convierte en polilínea.

Para la solevación del diente helicoidal, en este trabajo, se dividieron la altura del diente y el ángulo de giro del diente helicoidal ($\angle BOC$), ver figura 4 y ecuaciones 16 y 17, en cinco partes, usando por consiguiente seis secciones transversales en esta operación.

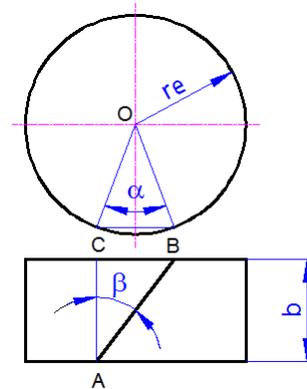


Figura. 4. Entono a la determinación del ángulo de giro del diente helicoidal, $\alpha = \angle BOC$.

$$BC = b (\tan \beta) \quad (16)$$

$$\alpha = 2 [\arcsen(0.5 BC/re)] \quad (17)$$

El contorno cerrado del perfil del diente se reprodujo entonces como se muestra en la figura 5, luego los perfiles desde el 2 hasta el 6 fueron rotados en la proporción calculada, 1/5 del ángulo de giro α entre secciones transversales, de manera que se garantice el ángulo de inclinación del diente β , como es ilustrado en la figura 6.

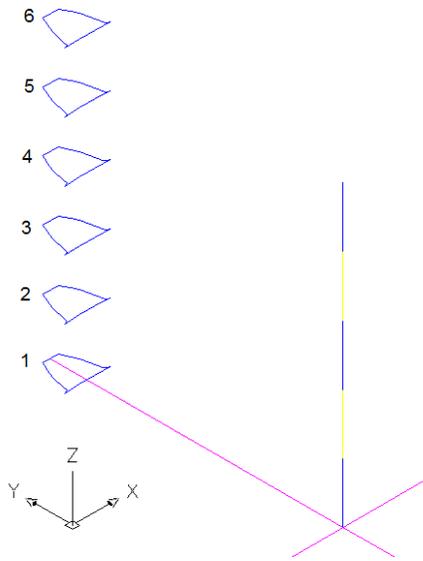


Figura. 5. Reproducción del perfil del diente (sección transversal del diente).

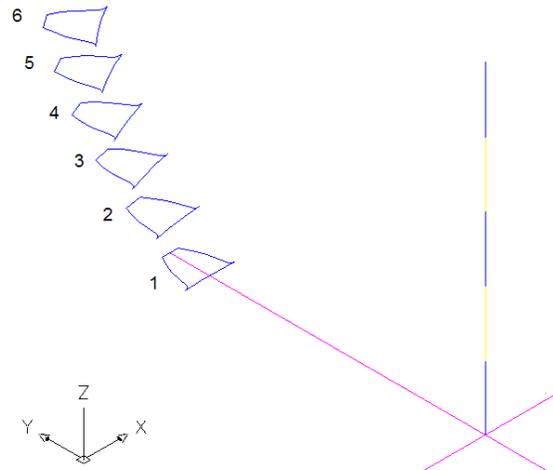


Figura. 6. Rotación de las secciones transversales.

Rotadas las secciones transversales se ejecuta el comando *LOFT*, ver figura 7.

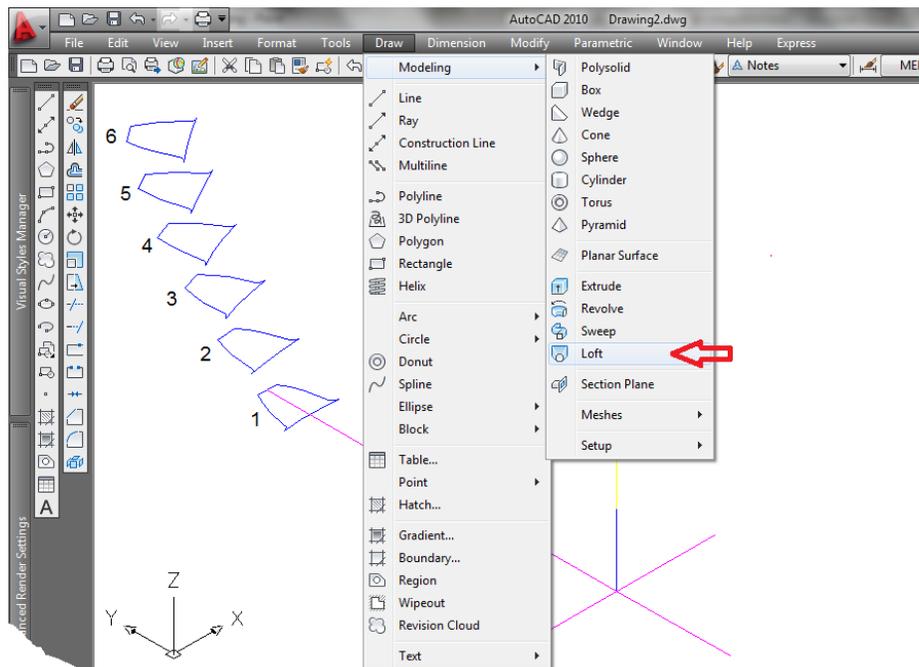


Figura. 7

Luego de seleccionar las secciones transversales que conformaran el sólido, el software pide que se entre una opción para ejecutar el comando como se presenta en la figura 8, por defecto tiene marcada la opción: solamente secciones transversales (*Cross sections only*)

que es la recomendada en este caso; seguidamente pide que se seleccione el tipo de ajuste o calibración del comando solevar (*Loft Settings*)

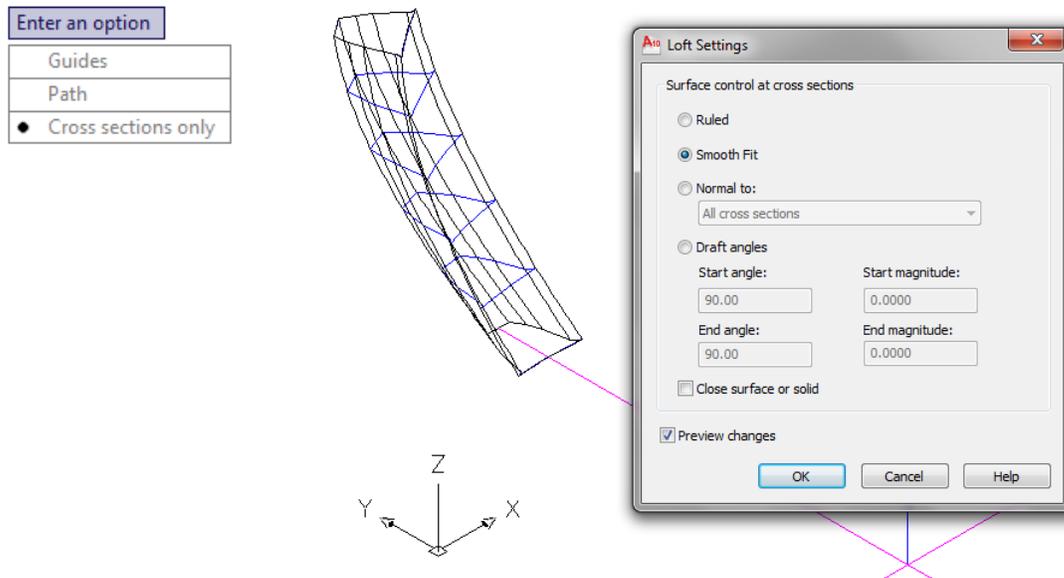


Figura. 8. Selección de la opción y tipo de ajuste del comando solevar.

En la figura 9 se observa como el diente va envolviendo el cilindro formando un helicoides, con estos pasos es posible realizar el modelado completo de la rueda, figura 10.

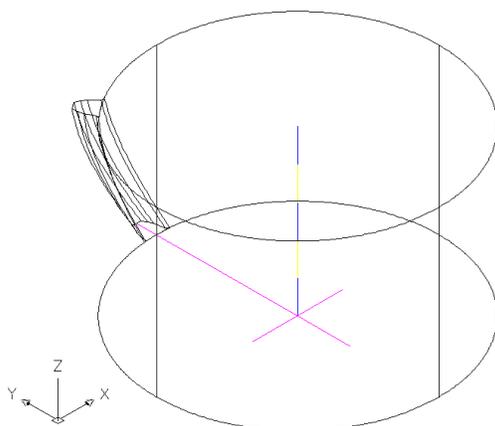


Figura. 9

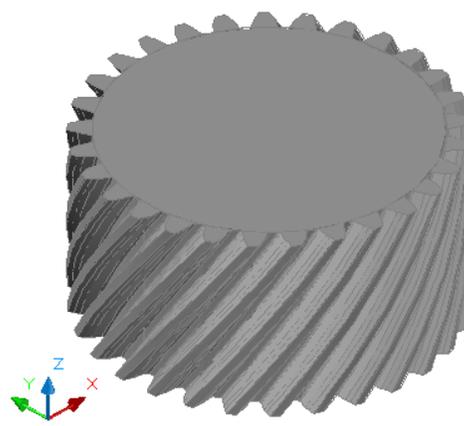


Figura. 10

Fuerzas en los engranajes cilíndricos con dientes helicoidales

Según lo conocido, el engranaje cilíndrico con dientes helicoidales aventaja al engranaje con dientes rectos en varios aspectos: su rotación es más continua, trabaja con menos ruido y tiene mayor grado de recubrimiento, sin embargo la fuerza de presión normal (F_n) entre los dientes helicoidales se descompone en tres componentes como se ilustra en la figura 11, mientras que en los engranajes de dientes rectos solamente hay dos.

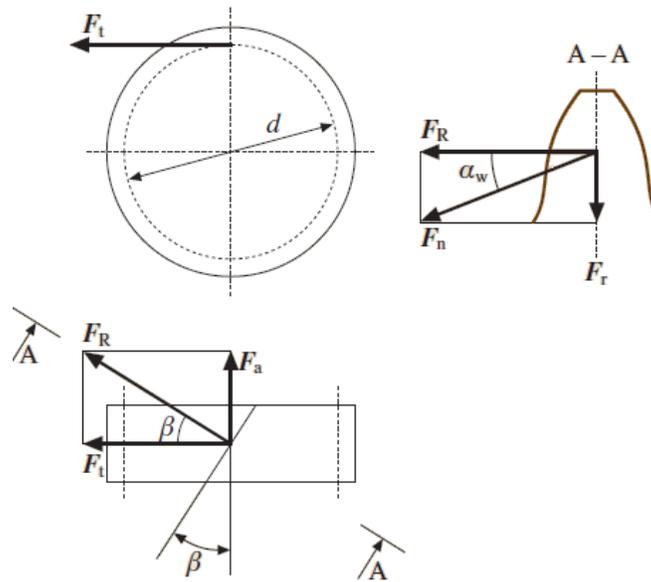


Figura 11. Fuerzas de engranaje en el engranaje cilíndrico con dientes helicoidales. (Lelikov, 2009)

La descomposición de F_n en sus componentes F_t , F_R y F_a es conveniente para el cálculo de los árboles y rodamientos.

La fuerza circunferencial es

$$F_t = \frac{2Mt}{d} \quad (18)$$

y la fuerza axial, por su parte, es

$$F_a = F_t \tan \beta \quad (19)$$

En la rueda conducida la dirección de la fuerza circunferencial F_t coincide con la dirección de rotación mientras que en la conductora es lo contrario. La fuerza axial es paralela al eje de la rueda y su dirección depende de la dirección de la rotación y de la línea de contacto.

Según la figura 11, la fuerza radial, F_r , es

$$F_r = F_t \tan \alpha_c$$

siendo F_t :

$$F_t = \frac{M_t}{d} \cos \beta \quad (20)$$

de donde

$$F_r = \frac{M_t \tan \alpha_c}{d \cos \beta} \quad (21)$$

M_t es el torque en la rueda dentada (Nmm), d es el diámetro de la circunferencia de referencia (en mm), β es el ángulo de inclinación del diente y $\alpha_c = 20^\circ$ es el ángulo de presión. La fuerza radial está dirigida hacia el centro de rotación en las ruedas con dientes exteriores.

La fuerza axial tiende a desplazar la rueda a lo largo del eje, por eso es necesario el empleo de cojinetes de apoyo axial, inconveniente que es eliminado en los engranajes bihelicoidales, donde las fuerzas axiales se equilibran, dada la dirección opuesta del ángulo de inclinación de los dientes y no se transmiten al árbol.

Las ruedas de Chevron con ranura como la que se muestra en la figura 12, se pueden elaborar por el método de rodamiento, más productivo y preciso que el método de copia.

En la figura 13 se muestra un engranaje cilíndrico con dientes bihelicoidales realizado en AutoCAD, usando las herramientas típicas de este programa a partir de la obtención de la rueda con dientes helicoidales descrita en la sección anterior.



Figura 12. Piñón cilíndrico con dientes bihelicoidales.

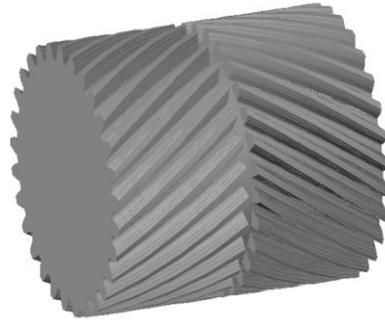


Figura 13. Engranaje cilíndrico con dientes bihelicoidales realizado en AutoCAD.

Conclusiones

La combinación del cálculo geométrico y el modelado de ruedas cilíndricas con dientes helicoidales y bihelicoidales en tres dimensiones utilizando Autocad se simplifica con la utilización del comando *LOFT* y otros comandos típicos del mencionado software, lo que permitirá además de ejecutar los cálculos de resistencia con el empleo de métodos numéricos como el Método de Elementos Finitos, visualizar la distribución de tensiones entre los dientes engranados y áreas aledañas. Para el cálculo geométrico se recomienda la confección de una hoja de cálculo en Microsoft Excel o en su defecto escribir una rutina en MATLAB.

Bibliografía.

- Alfonso Brindis, E., 2004. *Transmisiones por engranajes*. Metodología de cálculo, Universidad de Matanzas, Matanzas (Cuba).
- Baranov, G.G., 1979. *Curso de la Teoría de Mecanismos y Máquinas*. Editorial MIR. Moscú. 574 Pág.
- Dobrovolski V., 1980. *Elementos de Máquinas*, Editorial Mir, Moscú. 692 Pág.
- González Quintero, O. y E. Alfonso Brindis, 2006. Alfonso Brindis. *Modelación de engranajes cilíndricos de dientes rectos. Una solución computarizada*. Incluida en el CD-ROM de monografías con el Código ISBN: 959 - 16 - 0490 - 4.
- González Rey, G., 2001. *Cálculo de Engranajes Cilíndricos*. Ciudad Habana.
- Lelikov, Oleg P., 2009. *Design of Machine Elements*. En: Grote, Antonsson (Eds.). Springer Handbook of Mechanical Engineering. Springer Science +Business Media, LLC New York (USA): Cap. 6.

Mirabet L. E. y D. L. Martínez, 2008. *Coefficiente de oscilación de la línea sumaria de contacto en los engranajes cilíndricos helicoidales*. Ingeniería Mecánica. Vol. 12. No.1, enero-abril de 2009, pag. 21-26 ISSN 1815-5944.

Myszka, David H., 1999. *Machines and mechanisms: Applied kinematic Analysis*. Prentice Hall, ISBN: 0-13-597915-3.

Nikolaev A., 1982. *Máquinas Herramientas II*. Editorial Pueblo y Educación. Segunda reimpresión.

Rodríguez, G.I., 2011. *Elementos de diseño electromecánico*. Tesis de Maestría de electromecánica, Moa (Cuba).